

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ**  
**ХІІІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**  
<http://astro-olymp.org>

ІV кръг, 11 юли 2010 г., София, теоретичен тур

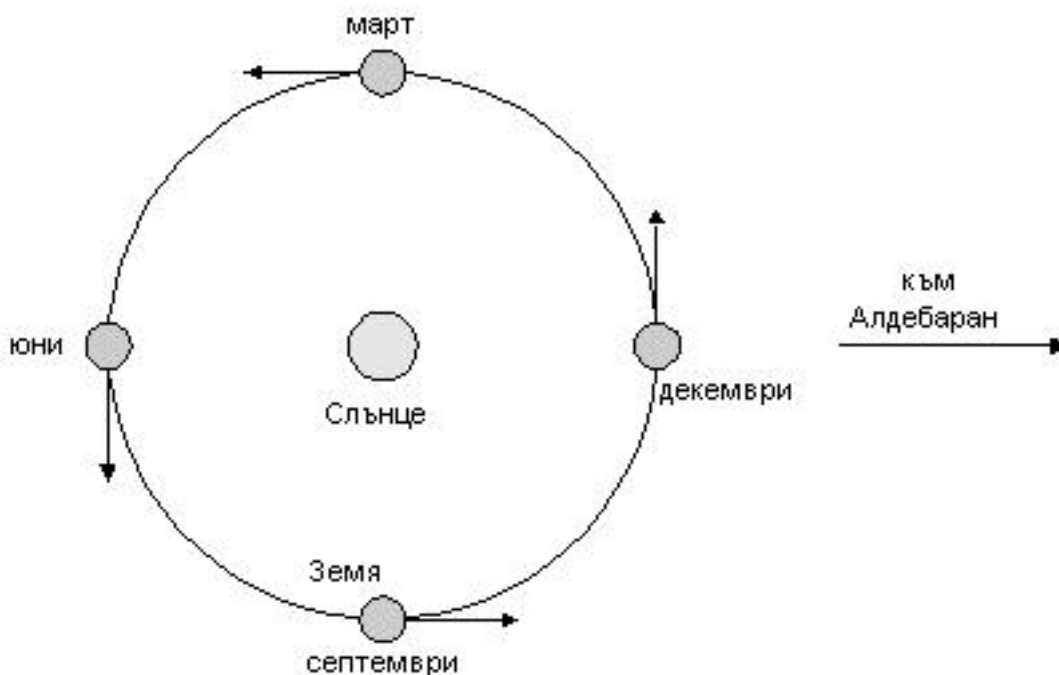
*Ученици младша възраст (до 16 г.) – решения*

**1 задача. „Претегляне” на Слънцето.** Астрономите любители Калин Кръстев и Ивайло Полихронов са получили от своя ръководител странната задача да „претеглят” Слънцето с помощта на спектрограф. Използвайки знанията си от астрономическата олимпиада, те решават да направят спектрални наблюдения на звездата Алдебаран. Оказва се, че лъчевата ѝ скорост се променя между  $+24$  км/с и  $+84$  км/с с период една година.

- Приблизително кога през годината лъчевата скорост на звездата е максимална и кога – минимална? Обяснете вашия отговор.
- Като използвате само тези данни, определете разстоянието от Земята до Слънцето.
- Как астрономите любители са определили масата на Слънцето? Направете го и вие.

**Решение:**

Промяната на лъчевата скорост на Алдебаран спрямо земния наблюдател се дължи на орбиталното движение на Земята около Слънцето. Понеже във всеки един момент скоростта на планетата ни е насочена в различно направление, то постоянно се изменя и лъчевата скорост на всяка звезда, включително и на Алдебаран, относно земния наблюдател. Земята обикаля около Слънцето с период един година, поради което и лъчевата скорост на звездите спрямо нея се изменя с такъв период.



Звездата Алдебаран е разположена в зодиакалното съзвездие Бик. Можем да приемем, че е близо до еклиптиката, т.е. намира се почти в равнината, в която се осъществява движението на Земята около Слънцето. Следователно има периоди в година, през които планетата ни се приближава или отдалечава директно към или от тази звезда. В първия случай лъчевата скорост на Алдебаран е минимална, а във втория е максимална. Слънцето е в съзвездието Бик през юни. Т.е. звездата е в опозиция спрямо Слънцето през декември. Земята се приближава директно към нея 3 месеца преди опозицията ѝ, или през септември. Тогава е и моментът на минимална лъчева скорост на Алдебаран. Аналогично, моментът, в който планетата ни се отдалечава най-бързо от звездата, или моментът, в който лъчевата скорост е максимална, е три месеца след опозицията – през март.

Самата звезда се движи в Галактиката и има собствена лъчева скорост спрямо Слънцето. Ако означим с  $V_0$  лъчевата скорост на Алдебаран за наблюдател на Слънцето, а с  $V_3$  орбиталната скорост на Земята, то дадените ни минимална и максимална лъчева скорост на звездата са съответно:

$$V_{\min} = V_0 - V_3 \qquad V_{\max} = V_0 + V_3.$$

Оттук следва, че:

$$V_3 = (V_{\max} - V_{\min}) / 2 = 30 \text{ km/s}$$

Орбиталният период на Земята е  $T = 1$  година, следователно радиусът на орбитата ѝ е:

$$r = V_3 T / 2\pi \approx 150 \text{ млн. км}$$

Понеже считаме земната орбита за кръгова, то скоростта на Земята по нея е равна на кръговата скорост за това разстояние от Слънцето. Ако  $M_0$  е масата на Слънцето, то:

$$V_3 = \sqrt{\gamma M_0 / r}$$

където  $\gamma$  е гравитационната константа. По-нататък намираме:

$$M_0 = V_3^2 r / \gamma$$

$$M_0 \approx 2 \times 10^{30} \text{ kg.}$$

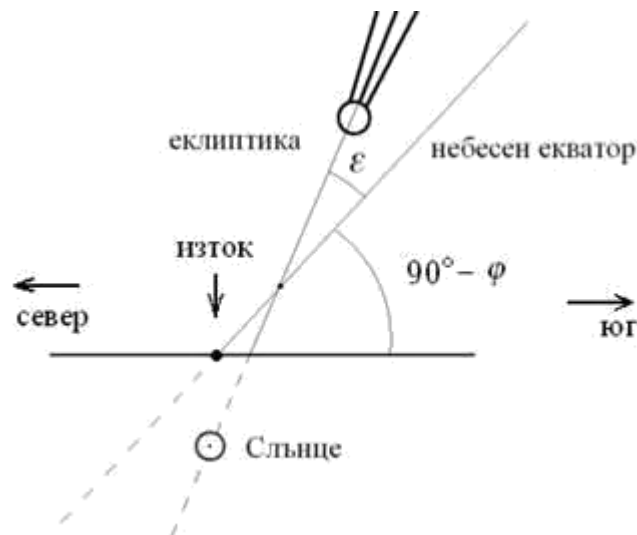
**2 задача. Комета на хоризонта.** През 2020 г. младият астроном Десислава Жекова открива нова комета с орбита, лежаща в равнината на еклиптиката. На 30 септември сутринта тя наблюдава кометата, намираща се на малко ъглово разстояние от Слънцето. Наблюденията се провеждат в Астрономическата обсерватория на град Русе с координати  $\varphi = 43^\circ 50'$ ,  $\lambda = 25^\circ 58'$ .

- Намерете ъгъла, който кометната опашка сключва с хоризонта. Не отчитайте рефракцията.
- Нарисувайте схема на хоризонта и ориентацията на кометната опашка с посоките на света.
- Отговорете качествено как рефракцията ще повлияе на ориентацията и формата на кометната опашка, ако главата на кометата е на хоризонта. Отразете това на схемата.
- Къде по Земята условията за наблюдение на кометата биха били най-благоприятни?

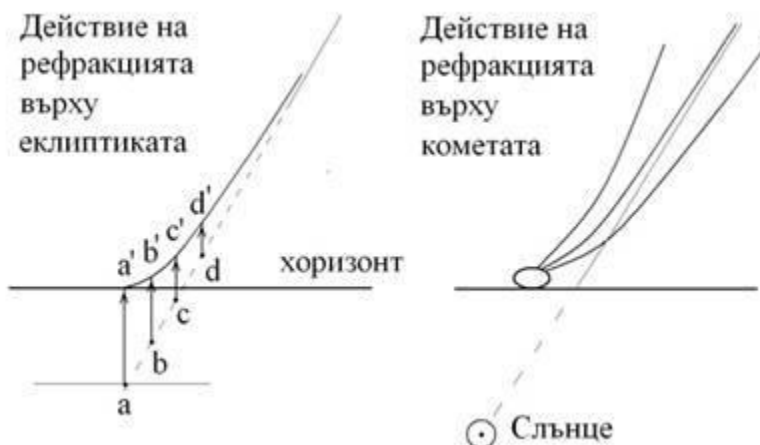
### Решение:

Кометите имат два типа опашки – йонна и прахова. Йонната опашка се състои от йонизирани атоми и молекули и направлението ѝ се определя предимно от налягането на слънчевата светлина. Тя е насочена в посока, противоположна на посоката към Слънцето. Праховата опашка се състои от частици, изхвърлени от ядрото на кометата и направлението ѝ се определя от гравитационното притегляне на частиците от Слънцето и частично от налягането на слънчевата светлина. Частиците отделени от ядрото имат леко различаващи се скорости и започват да се движат по елиптични орбити с различен ексцентрицитет. Затова те образуват широка опашка, която често изглежда извита по направление на новите орбити на частиците. Тези нови орбити, обаче, или лежат в равнината на орбитата на кометата, или са разпределени по наклон, сравнително симетрично спрямо нея. Тъй като орбитата на разглежданата комета лежи в равнината на еклиптиката, то огъването на кометната опашка ще бъде в същата равнина и няма да се забелязва от Земята. И двете опашки ще се проектират на небесната сфера по направление на еклиптиката.

На 30 септември Слънцето току що е подминало есенната равноденствена точка, в която се пресичат небесният екватор и еклиптиката. То вече е слязло под небесния екватор и има отрицателна деклинация. Еклиптиката, пресичаща небесния екватор, е наклонена спрямо него на ъгъл  $\varepsilon = 23^\circ 26'$ . Наклонът на екватора към източния хоризонт е  $\alpha = 90^\circ - \varphi$ , където  $\varphi$  е географската ширина на мястото. Пресмятаме и получаваме за наклона на еклиптиката към хоризонта  $\gamma = \alpha + \varepsilon = 69^\circ 36'$ . Под такъв ъгъл спрямо хоризонта ще се вижда и опашката на кометата.



Рефракцията повдига точки, намиращи се на  $36'$  под хоризонта, до нивото на хоризонта. Точки, намиращи се на по-голяма височина, се повдигат на по-малък ъгъл. Вследствие на това характерните линии на небесната сфера се деформират забележимо в близост до хоризонта. Подобно на еклиптиката ще се деформира и опашката на кометата.



Най-добри условия за наблюдения на една комета има на места, от които височината на кометата над хоризонта е най-голяма. Тъй като кометата отстои от Слънцето по линия, проектираща се върху еклиптиката, най-удобни за наблюдения ще са места, за които еклиптиката е перпендикулярна на хоризонта. В близост до момента на есенно равноденствие, рано сутрин, еклиптиката е почти перпендикулярна на хоризонта за точки от земната повърхност близки до северната тропична окръжност. Освен че главата на кометата ще е най-високо, там опашката на кометата ще бъде насочена право нагоре, в посока перпендикулярна на хоризонта.

**3 задача. Окултация.** Опишете качествено при какви условия би могла да се наблюдава най-продължителната окултация (покритие) на звезда от Луната. Отчетете всички възможни фактори.

#### Решение:

Понеже звездите са много далеч от нас, то можем да считаме, че от тях към земния наблюдател идват успоредни лъчи. Това означава, че сянката на Луната, проектирана върху равнина, перпендикулярна на звездните лъчи, има формата и размерите на самата Луна, независимо от разстоянието между Луната и равнината. Ако разгледаме централна окултация, то докато тя трае, лунната сянка се премества на един свой диаметър, който, както вече отбелязахме, е равен на размерите на Луната. Следователно, продължителността на окултацията ще зависи само от относителната скорост на лунната сянка спрямо наблюдателя.

Колкото по-малка е относителната скорост, толкова по-дълго време ще трае окултацията. Затова първите фактори, които ще разгледаме, влияят именно на тази скорост. Когато наблюдателят се намира на различни места по Земята, обаче, лунната сянка ще се проектира върху участъци от земната повърхност, които са под различен наклон спрямо лъчите от звездата. Лунната сянка ще бъде издължена в определено направление. Отначало ще разгледаме случая, когато окултацията става при положение на Луната, което близко до горна кулминация за мястото на наблюдение. Тогава, общо взето, лунната сянка ще бъде издължена по направление, перпендикулярно на относителното движение на Луната, и това издължаване няма да влияе на продължителността на окултацията.

Първият важен фактор е географската ширина на наблюдателя. Както е известно, Луната обикаля около Земята в същата посока в която Земята се върти около оста си. Следователно, точките от земната повърхност „догонват“ лунната сянка. Това означава, че най-малка скорост би имала лунната сянка при наблюдение на окултация от екваториалните части на Земята. Там скоростта на околоосно въртене е най-голяма и относителната скорост на лунната сянка ще е най-малка. Това е и причината слънчевите затъмнения да са най-продължителни в тези области.

Вторият важен фактор е разстоянието Земя – Луна. Съгласно втория закон на Кеплер, колкото по-далеч е Луната от нас, толкова по-бавно се движи по орбитата си. Следователно, когато е в апогей и се движи най-бавно, то и сянката ѝ ще има най-малка скорост по земната повърхност. Това означава, че тогава и окултациите ще са по-продължителни.

Друг фактор, който влияе, е начинът по който Луната се движи спрямо небесните паралели (които са успоредни на земните). Когато тя има минимална или максимална деклинация, тя се движи успоредно на тях, съответно и успоредно на въртенето на Земята около оста ѝ. Следователно, тогава относителната ѝ скорост спрямо земния наблюдател би била по-малка и биха се наблюдавали и по-продължителни покрития на звезди.

Възможно е, обаче, окултацията да се случи, когато Луната не е близо до горна кулминация. Всъщност, в такива случаи би имало удължение на сянката на Луната общо взето в посока, благоприятстваща по-голямата продължителност на окултацията. По времето малко след изгрева или малко преди залеза на Луната това удължение на нейната сянка би било значително. Но с подобен фактор тогава би се увеличила и относителната скорост на сянката спрямо земната повърхност. Следователно тези обстоятелства не са от значение при оценката на продължителността на окултацията.

**4 задача. Спътник.** Изкуствен спътник на Земята се движи по екваториална орбита в същата посока, в която се върти Земята.

- При какви височини над земната повърхност за наблюдател на екватора спътникът ще изгрява от изток и при какви височини ще изгрява от запад?
- Отговорете на същия въпрос в случая, когато спътникът се движи по своята орбита в посока обратна на въртенето на Земята.

#### Решение:

Спътник с право движение би бил наблюдаван да изгрява от запад и да залязва на изток, ако неговата ъглова скорост е по-голяма от ъгловата скорост на точка от земната повърхност. Това е изпълнено, когато неговият орбитален период е по-малък от периода на околоосно въртене на Земята. Орбиталният период на спътника в зависимост от височината може да се получи чрез третия закон на Кеплер:

$$\frac{(R + h)^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

където  $R$  е радиусът на Земята,  $h$  – височината на спътника над екватора,  $T$  – неговият период,  $M$  – масата на Земята, а  $\gamma$  гравитационната константа.

Когато спътникът се намира на височина, при която неговият орбитален период е равен на периода на околоосно въртене на Земята, ъгловите скорости на двете тела са еднакви и той винаги стои в една и съща точка от небесната сфера. Такъв спътник се нарича геостационарен и неговата височина е 35 786 km.

При още по-големи височини спътникът има орбитален период по-голям от едно звездно денонощие (времето, за което Земята прави една пълна обиколка около оста си) и ние го наблюдаваме да изгрява от изток и да залязва на запад.

Когато спътникът се движи обратно на въртенето на Земята, т.е. от изток на запад, той винаги изгрява от изток и залязва на запад, защото относителната ъглова скорост на двете тела е сума от ъгловите скорости на спътника и Земята, следователно винаги по-голяма от тази на Земята.

**5 задача. Голямата мечка.** След наблюдателните занятия в Борисовата градина вие изоставате от групата и се загубвате. В тъмнината към вас се приближава фосфоресциращ участник в Междувездната олимпиада по астрономия. Бързо се сприятелявате и разбирате, че той идва от Голямата мечка. Предлага ви загадка. Разгледайте внимателно схемите с видимите и абсолютните звездни величини на звездите от съзвездieto. Родното слънце на госта е най-далечната от тези звезди. Тоя е тя? Обяснете вашия отговор.

#### **Решение:**

Разликата между видимата и абсолютната звездна величина ( $m - M$ ) се нарича модул на разстоянието и представлява еднозначна функция на истинското разстояние  $r$  до даден космически обект в парсеци:

$$m - M = 5 \log(r) - 5$$

Лесно може да се види, че колкото е по-голям модулът на разстоянието на дадена звезда, толкова по-далечна е тя. Когато той е отрицателен, звездата е на по-малко от 10 pc, а когато е положителен, на разстояние по-голямо от 10 pc. Следователно, за да открием родната звезда на участника в Междувездната олимпиада, трябва да потърсим звездата, чиято разлика между видима и абсолютна звездна величина е най-голяма. От схемата се вижда, че това е Алкаид.

*Справочни данни:*

|                               |                                                                        |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Гравитационна константа       | $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ |
| Екваториален радиус на Земята | 6378 км                                                                |
| Маса на Земята                | $6 \times 10^{24} \text{ кг}$                                          |

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ**  
**ХІІІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**  
<http://astro-olymp.org>

**IV кръг, 11 юли 2010 г., София, практически тур**

*Младша възраст*

**Практическа задача.** В приложената таблица са дадени елонгацията на Венера от Слънцето (източна – E и западна – W), видимият ъглов диаметър на планетата и видимата звездна величина.

Предполагаме, че орбитите на Земята и Венера са кръгови. Използвайки данните от таблицата, постройте орбитата на Венера и определете средната ъглова скорост и периода на планетата.

Коментирайте промените на видимата звездна величина на Венера. Могат ли те да се обяснят с промяната на разстоянието до нея?

**Справочни данни:**

Радиус на земната орбита – **150 000 000 km**

Радиус на Венера – **6052 km**

**Геоцентрична ефемерида на Венера  
за 2002 и 2003 година**

| Дата 2002 г.<br>(за 0 <sup>h</sup> UT) | Елонгация от<br>Слънцето<br>(°) | Видим ъглов<br>диаметър<br>(") | Видима звездна<br>величина<br>m |  |
|----------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--|
| JAN 14                                 | 0.9E                            | 9.8                            | -3.8                            |  |
| FEB 1                                  | 4.4E                            | 9.8                            | -3.8                            |  |
| MAR 1                                  | 11.1E                           | 10.0                           | -3.8                            |  |
| APR 2                                  | 18.8E                           | 10.5                           | -3.8                            |  |
| MAY 6                                  | 27.2E                           | 11.5                           | -3.8                            |  |
| JUN 11                                 | 35.6E                           | 13.5                           | -3.9                            |  |
| JUL 21                                 | 43.2E                           | 17.7                           | -4.0                            |  |
| AUG 26                                 | 46.0E                           | 25.4                           | -4.2                            |  |
| SEP 29                                 | 37.9E                           | 41.5                           | -4.5                            |  |
| OCT 11                                 | 28.9E                           | 50.4                           | -4.4                            |  |
| OCT 21                                 | 17.5E                           | 57.7                           | -4.2                            |  |
| OCT 29                                 | 7.3E                            | 61.2                           | -4.0                            |  |
| OCT 31                                 | 5.8W                            | 61.6                           | -3.9                            |  |
| NOV 10                                 | 15.2W                           | 59.3                           | -4.2                            |  |
| NOV 18                                 | 25.2W                           | 54.0                           | -4.4                            |  |
| NOV 30                                 | 36.1W                           | 44.9                           | -4.5                            |  |
| <b>2003 г.</b>                         |                                 |                                |                                 |  |
| JAN 15                                 | 46.9W                           | 23.7                           | -4.3                            |  |
| MAR 28                                 | 36.6W                           | 13.7                           | -3.9                            |  |
| MAY 3                                  | 28.5W                           | 11.7                           | -3.8                            |  |
| JUN 4                                  | 20.5W                           | 10.5                           | -3.8                            |  |
| JUN 30                                 | 13.6W                           | 10.0                           | -3.8                            |  |
| JUL 22                                 | 7.7W                            | 9.7                            | -3.8                            |  |
| AUG 19                                 | 1.3E                            | 9.6                            | -3.8                            |  |

**Решение:** Чертаем орбитата на Земята в подходящ мащаб. Примерно 1мм от чертежа да отговаря на 2 милиона километра. Избираме началното положение на Земята, което отговаря на първото проведено наблюдение, и прекарваме през него и през положението на Слънцето, в центъра на кръга, линия от която ще отчитаме ъглите на които се отмества Земята при движението си по своята орбита. За първото наблюдение това е и направлението Земя – Слънце, от което отчитаме елонгацията на Венера в източна посока. В конкретният случай елонгацията е 0.9 градуса. Построяваме това направление. Знаем физическият диаметър на планетата –  $D = 2R = 12104 \text{ km}$  . Използваме видимия ъглов диаметър на Венера –  $\delta$  и от формулата:

$$r = D.206265 / \delta''$$

намираме разстоянието до нея. Предварително намираме какъв е диаметърът на планетата в мащаба на схемата. Получаваме, че е  $6.052 \times 10^{-3}$  милиметра. Тогава резултатът от пресмятането на разстоянието ще бъде в милиметри, в мащаба на фигурата.

С полученото разстояние и взетата от таблица стойност на елонгацията нанасяме положението на Венера.

За следващата точка трябва да определим положението на Земята по нейната орбита. За 365.25 дни (приблизително) Земята изминава 360 градуса по своята орбита. Това означава, че всеки ден тя изминава по около един градус, като на всеки 70 дни е добре да изваждаме единица от броя на отминалите дни. Така получаваме с добра точност положенията на Земята по нейната орбита. От всяко положение на Земята построяваме направление към Слънцето и от него отчитаме елонгацията на Венера. Разстоянието пресмятаме от видимия ъглов диаметър на планетата. Така построяваме няколко положения на Венера по нейната орбита. Орбитата построяваме като знаем, че тя е кръгова и като имаме предвид всички нанесени положения на Венера. Първите 7-8 положения са достатъчни за да построим с добра точност орбитата.

За целия период от наблюдения, използвани в таблицата, Венера прави повече от две обиколки около Слънцето. За да получим с по-голяма точност ъгловата скорост, използваме последните наблюдения. Делим ъгъла, на който се е завъртяла Венера, на времето. Примерно, за предпоследното наблюдение в таблицата се получава ъгъл  $\phi = 887$  градуса за  $t = 556$  денонощия. Њгловата скорост  $\omega = \phi/t \approx 1.6$  градуса на денонощие. Следователно 360 градуса ще бъдат изминати за  $T = 360^\circ / \omega \approx 225$  денонощия. Това е и периодът на обикаляне на планетата около Слънцето.

Промените на видимия ъглов диаметър на Венера са обратно пропорционални на промените на разстоянието до нея. Следователно разстоянието се мени около 6.5 пъти. Това означава, че звездната величина трябва да се промени с около  $4^m$  ( $\Delta m = 5 \lg(r_{\max}/r_{\min})$  ). Обаче промените са около  $\Delta m = 0.7^m$ . Това се обяснява с фазите на планетата. Колкото е по-близо до наблюдател на Земята, толкова по-тънък сърп показва Венера. Това силно намалява амплитудата на промяната на звездната величина.

#### **Критерии за оценяване. (Обща оценка – 30т)**

1. За правилно построяване на орбитата на Венера - 15т.
2. За правилно определяне на ъгловата скорост на Венера – 5т.
3. За правилно определяне на периода на Венера около Слънцето – 5т.
4. За правилен коментар на промените в звездните величини – 5т.